

文章编号 1004-924X(2008)01-0064-07

# 折-衍混合长焦深光学元件的焦深特性

张 慧, 丁雪梅, 谭久彬

(哈尔滨工业大学 超精密光电仪器工程研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:**分析了基于能量守恒法获得的对数光锥位相函数的特点,建立了长焦深元件焦深与系统  $f/\#$  及衍射元件浮雕深度间的函数关系,基于菲涅耳衍射公式分析了参数不同时元件的轴向光强分布规律。仿真结果表明:在给定的波长及焦距的条件下,折-衍混合长焦深元件相对同  $f/\#$  的球面折射透镜的焦深扩展倍数取决于衍射元件的浮雕深度,其值越大,焦深扩展倍数越大,焦深内轴向光强分布越接近平顶分布;焦深一定时,小  $f/\#$  系统更易获得焦深内轴向光强的平顶分布。

**关键词:**焦深;折-衍混合光学元件;长焦深元件

中图分类号:TH703 文献标识码:A

## Focal depth characteristics of hybrid refractive-diffractive optical element with long focal depth

ZHANG Hui, DING Xue-mei, TAN Jiu-bin

(*Institute of Ultra-precision Optoelectronic Instrument Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China*)

**Abstract:** The logarithmic phase function based on uniform-intensity principle was analyzed, and the functional relationship among the focal depth of a long focal depth element, the optical  $f/\#$  and the profile depth of a diffractive element was set up in terms of logarithmic phase function. The simulation of on-axis intensity distribution of the element was analyzed based on Fresnel diffraction formula with different parameters. Simulation results indicate that, when the focal length and wavelength are given, the factor in focal depth compared with the same  $f/\#$  spherical refractive lens is determined by profile depth of diffractive element; when the profile depth is increased, the factor is larger and the on-axis intensity distribution in focal depth offers great uniform characters. For an unchanged focal depth value, when the optical  $f/\#$  is decreased, the uniform character of on-axis intensity distribution in focal depth is better.

**Key words:** focal depth; hybrid refractive-diffractive optical element; element with long focal depth

## 1 引 言

当光电成像系统处于复杂环境下,却要求其在较大范围内都可得到清晰图像时,如何不增加调焦系统复杂性,又可降低光学系统随环境变化所产生的不可测量对图像恢复造成的难度,是光电探测领域尚待解决的一个难题,而扩展焦深技术是解决这一难题的有效手段<sup>[1-3]</sup>。

常规光学系统为了增大焦深,通常采用缩小系统相对孔径的方法,但这种方法同时也减小了横向分辨率。从 60 年代开始,人们一直在寻求新的扩大光学系统焦深的解决方案,先后提出了相移掩模法、光学切趾法、圆锥透镜(Axicons)以及波前编码(Wavefront Coding)技术等。这些方法或是不易控制焦深范围和焦深范围内的光场振荡,或是能量利用率低,再或是要求额外的信号和图像处理<sup>[1-2,4-6]</sup>。用基于能量守恒法的对数光锥<sup>[7-9]</sup>来设计长焦深器件的方法因其可灵活设计焦深范围,故而应用较为广泛。折-衍混合结构是实现这种长焦深元件的有效途径<sup>[1-2,10-11]</sup>,但已有的文献并未详细分析折-衍混合长焦深元件系统参数对其焦深扩展倍数及焦深内轴向光强分布的影响。

基于此本文分析了利用能量守恒法得到的对数光锥位相函数的特点,推导了折-衍混合长焦深元件焦深扩展范围与系统  $f/\#$  及衍射元件浮雕深度间的关系,利用菲涅耳衍射公式分析了不同参数时元件的轴向光强分布规律及焦深范围内的垂轴平面光强分布规律。

## 2 能量守恒法的基本原理及对数光锥位相函数的特征分析

能量守恒设计方法基本原理<sup>[7-9]</sup>如图 1 所示,要求一束平行光入射到器件表面后,在  $d_1$  到  $d_2$  的传播距离内光强分布均匀。设  $P_\delta(r)$  表示入射光在器件表面的功率密度,  $P_z(z)$  表示轴上  $d_1$  到  $d_2$  间的功率密度。根据能量守恒原理有:

$$2\pi P_\delta(r)rdr = \pm P_z(z)dz, \quad (1)$$

式(1)在半径为  $r$ , 宽度为  $dr$  的环带与轴向距离  $dz$  之间建立了一一对应的能量映射关系。对式

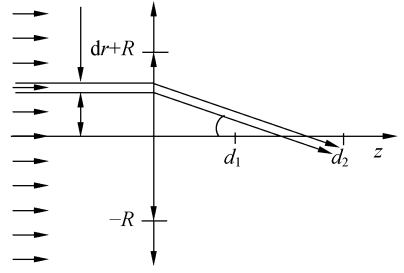


图 1 能量守恒法设计原理

Fig. 1 Principle for uniform-intensity

(1)的士号取正号,两边进行积分得到:

$$2\pi \int_0^r P_\delta(r)rdr = \int_{d_1}^{z(r)} P_z(z)dz, \quad (2)$$

式中,  $z(r)$  为轴向距离,且  $d_1 \leq z(r) \leq d_2$ 。

由于入射波为平面波,故  $P_\delta(r) = \text{const}$ ,又要求光强沿轴平顶分布,则  $P_z(z) = \text{const}$ ,代入式(2)可得:

$$z(r) = d_1 + ar^2, \quad (3)$$

定义:

$$a = \frac{\pi P_\delta}{P_z} = \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\pi R^2} = \frac{(d_2 - d_1)}{R^2}. \quad (4)$$

若用纯位相元件实现这一功能,则位相函数  $\phi$  与偏折角  $\theta$  之间的关系如图 2 所示,其表达式为:

$$-\frac{d\phi(r)}{dr} = \sin \theta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + z(r)^2}}, \quad (5)$$

当满足近轴近似条件,即  $\sin \theta \approx \tan \theta$  时,有:

$$-\frac{d\phi(r)}{dr} \approx \tan \theta = \frac{r}{z(r)} = \frac{r}{d_1 + ar^2}. \quad (6)$$

对式(6)积分,可以得到对数型位相函数:

$$\phi(r) = -\frac{1}{2a} \ln(d_1 + ar^2) + \text{const}. \quad (7)$$

当  $d_2 - d_1 \ll d_1$  时,令  $f = (d_1 + d_2)/2$ ,则  $d_1 \approx f$ ,对式(7)进行泰勒级数展开可以得到:

$$\phi(r) = -\frac{1}{2a} \ln \left[ d_1 \left( 1 + \frac{a}{d_1} r^2 \right) \right] + \text{const} = -\frac{1}{2a} \left[ \left( \frac{a}{d_1} r^2 \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{a}{d_1} r^2 \right)^2 + \dots \right], \quad (8)$$

$$\text{令} \quad \text{const} = \frac{1}{2a} \ln d_1,$$

对式(8)取极限得到:

$$\lim_{d_2 - d_1 \rightarrow 0} \phi(r) = -\frac{r^2}{2f}. \quad (9)$$

由式(9)可知,对数光锥位相函数的极限值与

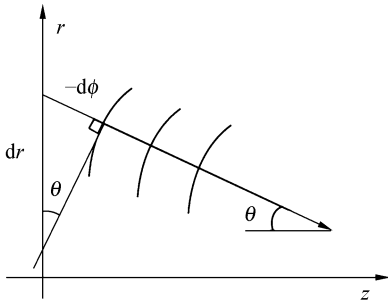
图 2 位相  $\phi$  与偏折角  $\theta$  的关系

Fig. 2 Geometrical illustration of Eq. (5)

球面折射透镜的位相函数相同。因此,采用折射光学元件与衍射光学元件组合来实现这种功能元件,衍射元件只承担高次位相项,其位相函数如下所示:

$$\phi_d(r) = -\left[ \frac{1}{2a} \ln\left(1 + \frac{a}{d_1} r^2\right) - \frac{r^2}{2f} \right]. \quad (10)$$

### 3 焦深特性分析

折-衍混合型长焦深元件的焦深扩展能力受能量守恒原理及衍射元件的加工能力两方面因素限制,下面分别对其进行讨论。

首先,由于对数光锥位相函数的极限与球面折射透镜的位相函数相同,因此,焦深的最小值应由球面折射透镜的焦深来确定,其值  $\Delta z$  由式(11)给出:

$$\Delta z = 4\lambda(f/\#)^2. \quad (11)$$

另一方面,折-衍混合结构中衍射元件的位相调制能力受到加工可实现的最大浮雕深度的限制,衍射元件与浮雕深度的对应关系如下:

$$-\phi_d(r) = (n-1)h_d, \quad (12)$$

式中,  $h_d$  为衍射元件的浮雕深度;  $n$  为材料折射率。最大浮雕深度对衍射元件位相函数的限制可表示为:

$$\left[ \frac{1}{2a} \ln\left(1 + \frac{a}{d_1} r^2\right) - \frac{r^2}{2f} \right]_{\max} \leq (n-1)h_{\max}, \quad (13)$$

式中,  $h_{\max}$  为可加工的衍射元件的最大浮雕深度。对式(13)进行整理可得到式(14):

$$\frac{f^2}{8(f/\#)^2 \cdot dof} \left[ \ln \frac{2f}{2f-dof} - \frac{dof}{2f} \right] \leq (n-1)h_{\max}, \quad (14)$$

式中,  $dof = d_2 - d_1$ ,  $f = (d_1 + d_2)/2$ 。

式(14)描述了长焦深元件的焦深设计值与系

统焦距、 $f/\#$  及衍射元件的材质、最大浮雕深度之间的关系。

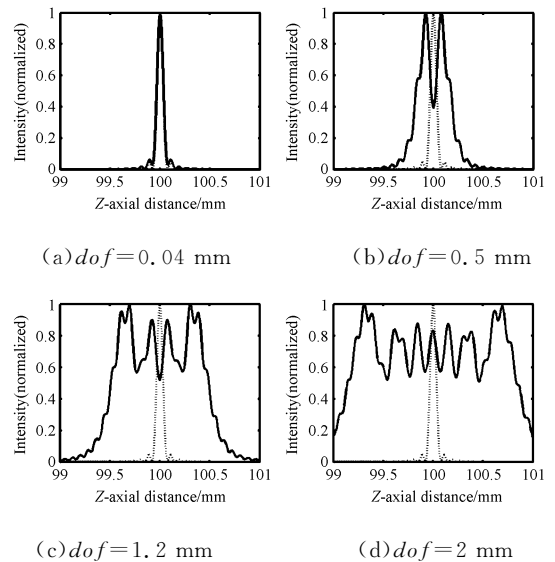
### 4 仿真分析

折-衍混合长焦深元件的三维光强分布可以通过菲涅耳衍射公式进行分析,其表达式为:

$$I(r_2, z) = \left( \frac{2\pi}{\lambda z} \right)^2 \left| \int_0^R \exp\left( \frac{ik(r_1^2 + r_2^2)}{2z} + ik\phi(r_1) \right) J_0\left( \frac{2\pi r_1 r_2}{\lambda z} \right) r_1 dr_1 \right|^2, \quad (15)$$

式中,  $z$  为传播距离;  $\lambda$  为工作波长;  $r_1$ 、 $r_2$  分别为孔径平面和观察平面的径向坐标;  $\phi(r_1)$  为长焦深元件的位相函数。

本文针对工作波长  $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$ 、焦距  $f = 100 \text{ mm}$  的光学系统,分析了不同  $f/\#$  ( $f/\# = 4, 10, 16, 22.4$ ) 和不同焦深时,元件的轴上光强分布规律,其中最大浮雕深度选用俄罗斯科学院西伯利亚分院研制的激光直写机可实现的  $3 \mu\text{m}$ , 光学材质折射率选为  $n = 1.66$ 。

图 3 轴上光强分布 ( $f/\# = 4$ , 实线:长焦深元件;虚线:球面折射透镜)Fig. 3 On-axis intensity distribution ( $f/\# = 4$ , solid curve: element with long focal depth; dashed curve: spherical refractive lens)

仿真结果如图 3~6 所示。其中,各图中的图(a)焦深是由式(11)确定最小值,图(d)焦深是满足式(14)的最大值,图(b)、图(c)焦深值介于图(a)、图(d)之间,各图中实线是长焦深元件的轴向

光强分布曲线,虚线是相同参数的球面折射透镜的轴向光强分布曲线。图 7 是由上述参数分别确定的衍射元件的浮雕曲线。

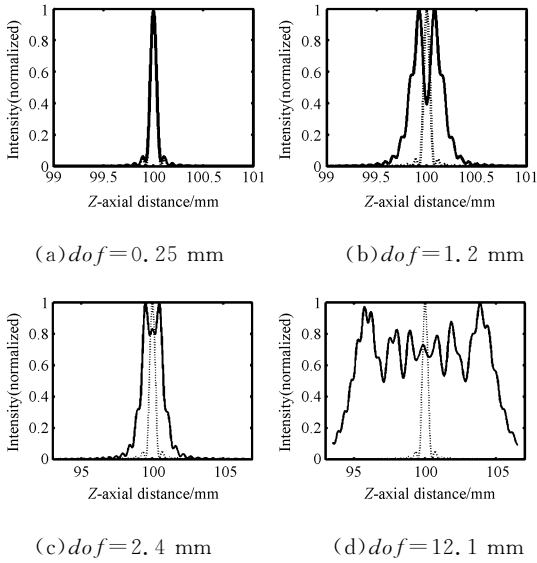


图 4 轴向光强分布 ( $f/\# = 10$ , 实线:长焦深元件; 虚线:球面折射透镜)

Fig. 4 On-axis intensity distribution ( $f/\# = 10$ , solid curve: element with long focal depth; dashed curve: spherical refractive lens)

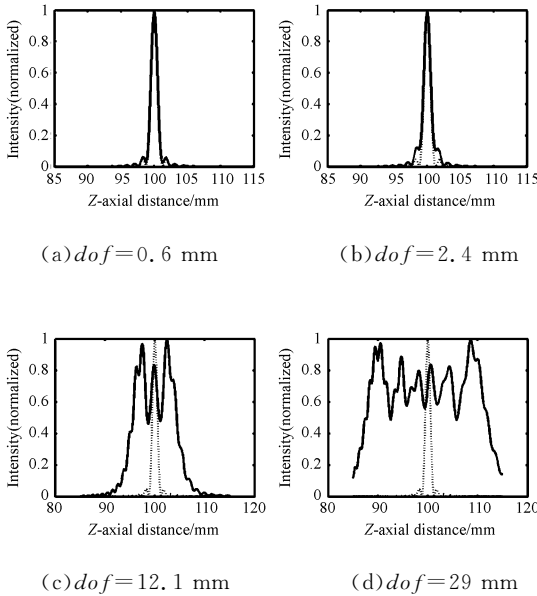


图 5 轴向光强分布 ( $f/\# = 16$ , 实线:长焦深元件; 虚线:球面折射透镜)

Fig. 5 On-axis intensity distribution ( $f/\# = 16$ , solid curve: element with long focal depth; dashed curve: spherical refractive lens)

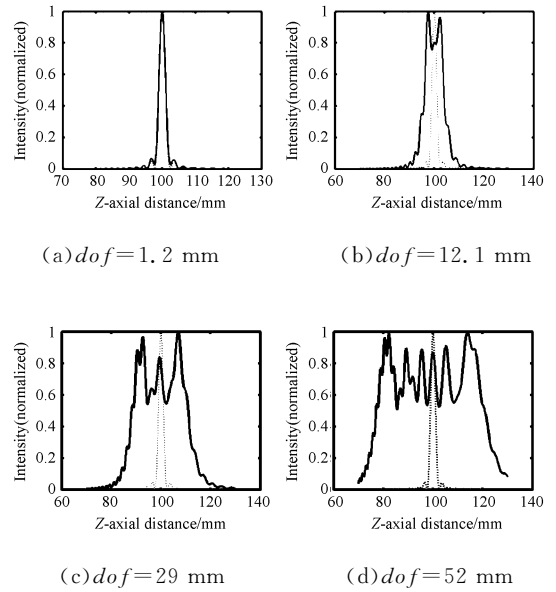


图 6 轴向光强分布 ( $f/\# = 22.4$ , 实线:长焦深元件; 虚线:球面折射透镜)

Fig. 6 On-axis intensity distribution ( $f/\# = 22.4$ , solid curve: element with long focal depth; dashed curve: spherical refractive lens)

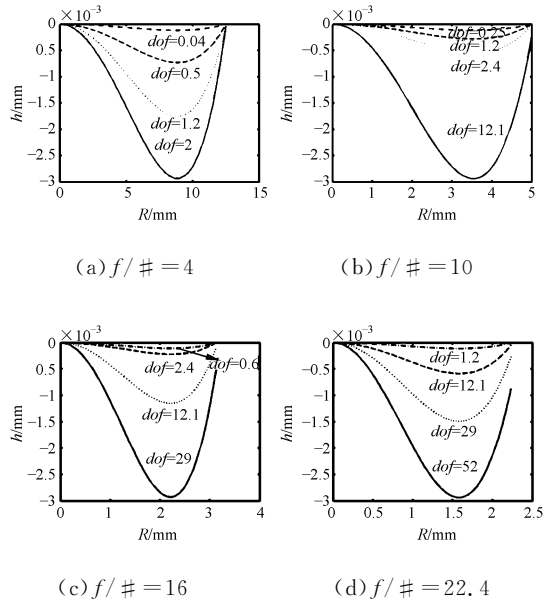


图 7 衍射元件浮雕曲线

Fig. 7 Profile of diffractive optical elements

图 3~6 中的图(a)两条曲线近似重合,说明当焦深值由式(11)给出时,能量守恒法确定的长焦深元件与球面折射透镜的轴向光强分布近似相同,图 7 中相应衍射元件的浮雕深度很小,说明其调制作用甚微;随着给出的焦深值的增大,衍射元件的浮雕深度也逐渐增大,轴向光强分布也越接

近平顶分布,这正是所期望的长焦深元件能够获得分布;当焦深值达到满足式(14)的最大值时,衍射元件浮雕深度达到最大,若继续增大焦深,则衍射元件将无法加工。对不同  $f/\#$  的系统,随着焦深值的增大,其轴向光强分布的变化规律相同,  $f/\#$  越大可实现扩展的焦深绝对值越大;但是,相对同  $f/\#$  的球面折射透镜,最大焦深扩展倍数近似相等。

对于长焦深元件,在关注其轴向光强分布范围扩展的同时,还应关注其焦深范围内垂轴平面的光强分布状态。只有各垂轴平面的光强分布与焦平面的光强分布具有较好的一致性时,元件才能具有实用价值。

为此,不失一般性,以焦距  $f=100\text{ mm}$ ,  $f/\#=10$ ,  $dof=12\text{ mm}$  的长焦深光学元件为例,用式(15)对其焦深范围内选取的垂轴平面仿真其光强

分布,并与相同参数的传统折射透镜焦平面附近垂轴平面的光强分布进行比较,仿真结果如图 8、图 9 所示。

图 8 中 (d)~(m) 的光强分布趋势一致且与图 9 中 (g) 的光强分布相似,但是轴上点光强略有震荡,而 (a)~(c) 的光强分布与 (d)~(m) 略有差异。图 9(a)~(m) 中的光强分布不具有 consistency,且离焦后能量急剧下降。由此可知,长焦深元件焦深范围内垂轴平面光强分布较传统折射透镜焦平面附近垂轴平面光强分布更具一致性,且与传统折射透镜焦平面上的光强分布近似,但是在焦深范围内光强略有震荡。前焦处光强分布的一致性较差,在实际应用中可以通过对长焦深元件中的衍射元件进行优化获得优化的长焦深元件结构。

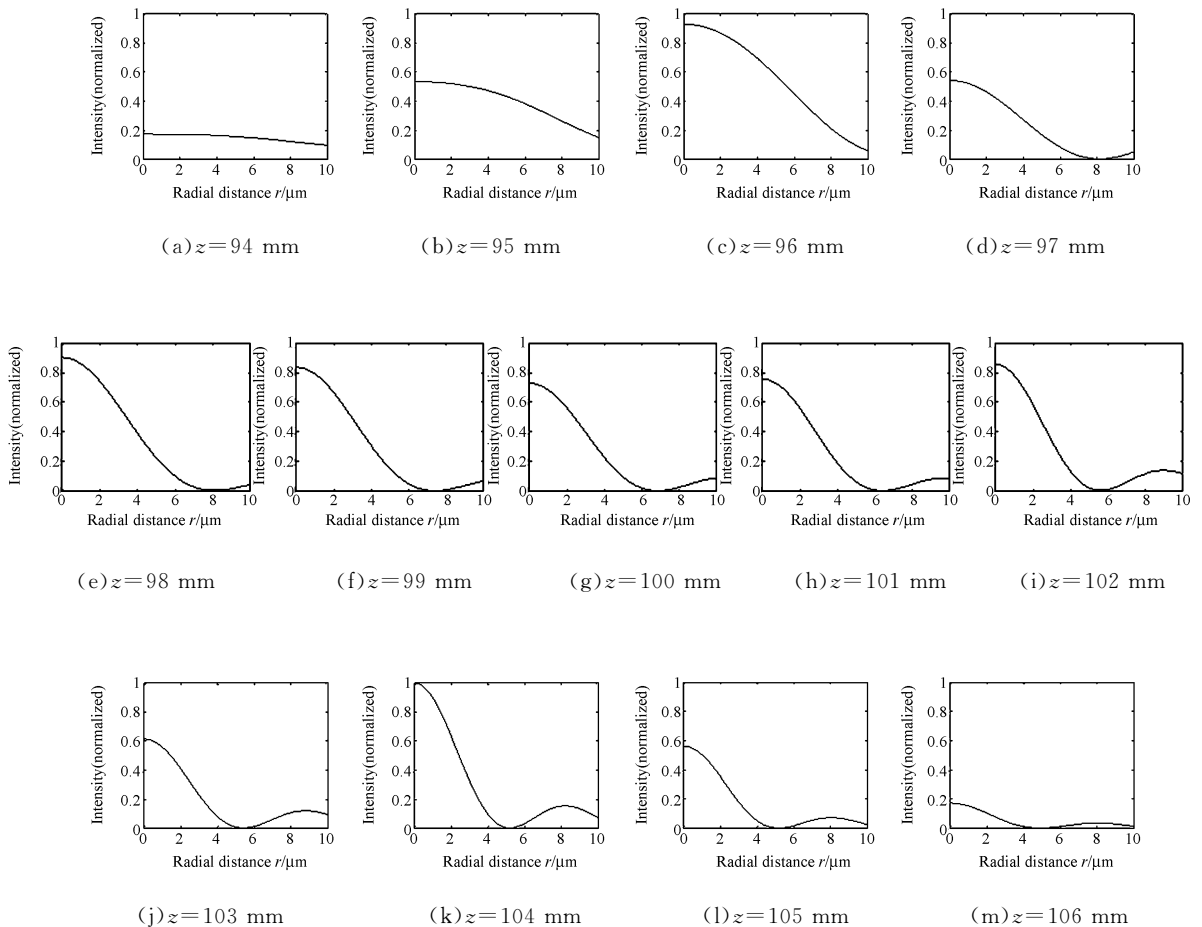


图 8 长焦深元件焦深范围内垂轴平面光强分布曲线

Fig. 8 Intensity distribution at different planes from lens with long focal depth at (a) 94, (b) 95, (c) 96, (d) 97, (e) 98, (f) 99, (g) 100, (h) 101, (i) 102, (j) 103, (k) 104, (l) 105, (m) 106 mm.

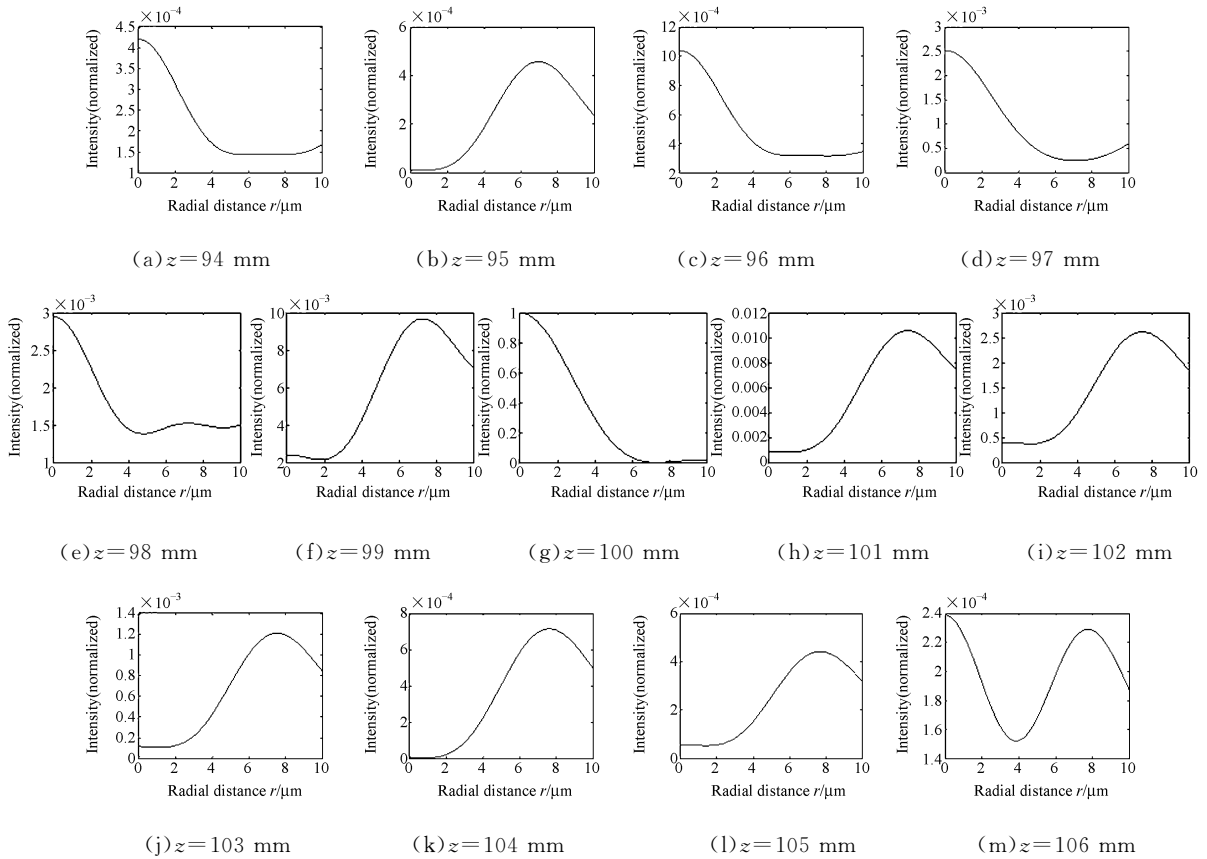


图 9 传统折射透镜焦平面附近垂轴平面光强分布曲线

Fig. 9 Intensity distribution at different planes from refractive lens at (a) 94, (b) 95, (c) 96, (d) 97, (e) 98, (f) 99, (g) 100, (h) 101, (i) 102, (j) 103, (k) 104, (l) 105, (m) 106 mm.

## 5 结 论

本文研究了基于能量守恒法得到的对数光锥位相函数的特点,分析了折-衍混合长焦深元件焦深特性与光学系统  $f/\#$  及衍射元件浮雕深度间的关系,比较了不同参数时长焦深元件与球面折射透镜的轴向光强分布规律,得到如下结论:

(1) 对数光锥位相函数的极限值与球面折射透镜的位相函数相同是以折-衍混合为长焦深元件基本结构的理论基础;

(2) 长焦深元件相对于相同  $f/\#$  的球面折射透镜的焦深扩展倍数取决于衍射元件的浮雕深度,其值越大,可实现的焦深扩展倍数越大,焦深内轴向光强分布越接近平顶分布;

(3) 不同  $f/\#$  的系统,最大焦深扩展倍数近似相等;焦深确定时,在满足衍射元件位相函数可实现的前提下,小  $f/\#$  系统有较大的焦深扩展倍数,更易获得焦深内轴向光强的近近平顶分布;

(4) 折-衍混合长焦深元件在扩展焦深的同时,焦深范围内的垂轴平面光强分布的一致性较同参数的传统折射透镜也有所改善。

## 参考文献:

- [1] 白临波,李展,陈波,等. 折衍混合系统实现长焦深方法研究[J]. 光电工程,2001,28(3):1-5.  
BAI L B, LI ZH, CHEN B, et al.. A study on realization method of refraction diffraction hybrid system with long focal depth elements[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2001, 28(3): 1-5. (in Chinese)
- [2] FLORES A, WANG M R, YANG J J. Achromatic hybrid refractive-diffractive lens with extended depth of focus

- [J]. *Applied Optics*, 2004, 43(30):5618-5630.
- [3] 张耀举, 陈俊峰. 固体浸没透镜高密度光存储系统的焦深[J]. *光学 精密工程*, 2006, 14(3):356-359.  
ZHANG Y J, CHEN J F. Focal depth in high-density optical storage system with a solid immersion lens[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(3):356-359. (in Chinese)
- [4] LIU ZH Q, FLORES A, WANG M R, *et al.*. Infrared imaging lens with extended depth of focus[J]. *SPIE*, 2005, 5783:841-848.
- [5] WANG H F, GAN F X. Phase-shifting apodizer for increasing focal depth[J]. *Applied Optics*, 2002, 41(25):5263-5266.
- [6] DOWSKI E R, CATHEY W T. Extended depth of field through wave-front coding[J]. *Applied Optics*, 1995, 34(11): 1859-1866.
- [7] SOCHACKI J, BARA S, JAROSZEWICZ Z, *et al.*. Phase retardation of the uniform-intensity axilens[J]. *Optics Letters*, 1992, 17(1):7-9.
- [8] STARONSKI L R, SOCHACKI J, JAROSZEWICZ Z, *et al.*. Lateral distribution and flow of energy in uniform-intensity axicons[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, 9(11):2091-2094.
- [9] SOCHACKI J, KOLODZIEJCZYK A, JAROSZEWICZ Z, *et al.*. Nonparaxial design of generalized axicons[J]. *Applied Optics*, 1992, 31(25):5326-5330.
- [10] 王肇圻, 张轶楠, 傅汝廉, 等. 折/衍混合 Petzval 光电摄像物镜设计[J]. *光学 精密工程*, 2005, 13(1):1-4.  
WANG ZH Q, ZHANG Y N, FU R L, *et al.*. Design of hybrid refractive-diffractive Petzval objective in visible band [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005, 13(1):1-4. (in Chinese)
- [11] 刘迎, 林琳, 张慧娟. 采用回射屏的折/衍射头盔投影显示器设计[J]. *光学 精密工程*, 2006, 14(4):564-569.  
LIU Y, LIN L, ZHANG H J. Hybrid diffractive/refractive system design of head-mounted projective display using retro-reflective screen [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(4):564-569. (in Chinese)

作者简介:张 慧(1980—),女,博士研究生,主要从事折-衍光学、光学设计等方面的研究。E-mail: huier@hit.edu.cn  
丁雪梅(1959—),女,工学博士,教授,博士生导师,主要研究方向为光电信息检测与处理技术、光电测量技术与仪器。  
谭久彬(1955—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为超精密测量技术与仪器工程、光机电一体化技术等。

(本栏目编辑 严寒)

## 下期预告

# 基于采样控制理论的光电跟踪伺服系统内模控制

张文博, 范大鹏, 朱华征

(国防科学技术大学 机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:**针对外部扰动对光电跟踪伺服系统精度的影响,对稳定回路提出了一种两自由度内模控制,将控制器的设计转化为标准的  $H_{\infty}$  优化问题,使得系统对模型误差及参数扰动具有较强的鲁棒性。采用 jump 变换、提升操作等采样控制系统的理论与方法来优化设计相应的鲁棒控制器,综合考虑了系统的多采样率行为及采样点间的动态特性。仿真结果表明,与传统的鲁棒控制器设计方法相比,所设计的多采样率控制器的鲁棒性能指标为 1.4135,能够更真实地反映光电跟踪伺服系统的多采样率特性对系统鲁棒性能的影响,且具有较高的指令跟踪精度及较强的扰动抑制性能。本文的研究为高精度光电跟踪伺服控制系统的设计提供了新方法。

**关键词:**光电跟踪;伺服系统;内模控制;鲁棒控制;采样控制